Algoritmo de precesión válido para épocas históricas remotas
José Gómez Castaño

Objeto

Una de las cuestiones que más salta en las listas de correo o por las que busca información cualquiera que se inicia en la astroprogramación es la de buscar un programa de precesión o unas ecuaciones para escribirlo, además de durante cuánto tiempo son válidas.

La idea de este trabajo es proporcionar un método de cálculo, lo suficientemente exacto como para permitir conocer la posición aparente de una estrella en una fecha lejana. La utilidad final es que forme parte de una serie de herramientas para el estudio de arqueoastronomía o reducción de observaciones antiguas.

El eje de rotación terrestre no permanece fijo, sufriendo un movimiento circular debido a la atracción combinada de la luna y el sol sobre el abultamiento ecuatorial terrestre. Este movimiento tiene un periodo aproximado de 26000 años y hace que las estrellas "fijas" parezcan desplazarse al unísono, a razón de 50.288" por año en longitud a lo largo de la eclíptica. A causa de esto, las posiciones estelares en los catálogos y atlas se refieren siempre a una época que se toma como referencia. Desde el Congreso de la UAI de 1984, la época de referencia o Equinoccio es el J2000.0

El error que se comete al utilizar las coordenadas de una época determinada para otra fecha cercana, digamos 50 años, es pequeño, pero qué ocurre cuando queremos analizar algún tipo de observaciones llevadas a cabo en épocas más antiguas, o cuando queremos reproducir las circunstancias de una conjunción antigua?. Las posiciones estelares y el marco de coordenadas de referencia ha cambiado bastante.

Para conocer con cierta precisión las posiciones estelares remotas habrá que introducir una serie de correcciones a las actuales.

En este trabajo se expone un método riguroso de cálculo con el que determinar la posición de un astro en cualquier época conociendo la referida al J2000.0, Ascensión Recta (α_0) y Declinación (δ_0), y el valor de sus Movimiento Propio en Ascensión Recta ($\mu\alpha$) y Declinación ($\mu\delta$). Para ello voy a utilizar unas expresiones deducidas a partir de las generales aparecidas en Simon, S.L. y otros (1994).

Precisión de los resultados

Lo que más me ha interesado a la hora de buscar un método de cálculo de precesión ha sido que el resultado fuera lo más preciso posible en épocas remotas. El algoritmo debía mantener su precisión dentro de las posibilidades de las observaciones visuales llevadas a cabo en estas épocas. En la tabla I se muestra la precisión obtenida para diferentes fechas:

Tabla I

Intervalo	*Precisión*
1000 dc al 3000 dc	0".001
1000 ac al 1000 dc	0".1
4000 ac al 1000 ac	1"

Desarrollo de los cálculos

El argumento que vamos a utilizar en los cálculos, será el tiempo transcurrido desde la época de referencia, en este caso J2000.0, hasta la nueva época para la que necesitamos la posición. Este argumento lo calcularemos en miles de años julianos, denominándolo T, y para su cálculo tomaremos la fecha juliana DJ de la época para la que buscamos la posición.

$$T = \frac{DJ - 2451545.0}{365250}$$

Una vez conocidos los siglos julianos transcurridos, T, vamos a corregir el efecto en la posición provocado por el movimiento propio de la estrella. Llamaremos $\mu\alpha$ y $\mu\delta$ a los movimientos propios anuales de la estrella en Ascensión Recta y Declinación, conocidos a partir del catálogo estelar en s/año y "/año.

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_0 = \alpha_0 + \mu\alpha \cdot T \cdot 1000 \\ \delta_0 = \delta_0 + \mu\delta \cdot T \cdot 1000 \end{array}\right\}$$

Ahora vamos a determinar los valores de los argumentos (ζ, z, θ) que corregirán las posiciones actuales por precesión.

$$\zeta = 23060''.9099 \cdot T + 30''.2228 \cdot T^2 + 18''.0183 \cdot T^3 - 0''.0583 \cdot T^4 - 0''.0285 \cdot T^5 - 0''.0002 \cdot T^6$$
$$z = 23060''.9099 \cdot T + 109''.528 \cdot T^2 + 18''.2667 \cdot T^3 - 0''.2821 \cdot T^4 - 0''.0301 \cdot T^5 - 0''.0001 \cdot T^6$$
$$\theta = 20042''.0198 \cdot T - 42''.6568 \cdot T^2 - 41''.8238 \cdot T^3 - 0''.0731 \cdot T^4 - 0''.0127 \cdot T^5 + 0''.0004 \cdot T^6$$

Para el cálculo de estas constantes, he tenido en cuenta el valor de las masas planetarias según las constantes del IERS.

Ahora nos ayudaremos de tres términos auxiliares A, B y C en la forma:

$$\left.\begin{array}{l} A = \mathrm{Cos}\ \delta_0 \cdot \mathrm{Sen}\ (\alpha_0+\zeta) \\ B = \mathrm{Cos}\ \theta \cdot \mathrm{Cos}\ \delta_0 \cdot \mathrm{Cos}\ (\alpha_0+\zeta) - \mathrm{Sen}\ \theta \cdot \mathrm{Sen}\ \delta_0 \\ C = \mathrm{Sen}\ \theta \cdot \mathrm{Cos}\ \delta_0 \cdot \mathrm{Cos}\ (\alpha_0+\zeta) + \mathrm{Cos}\ \theta \cdot \mathrm{Sen}\ \delta_0 \end{array}\right\}$$

Ya sólo quedaría expresar los valores A, B y C en coordenadas ecuatoriales:

$$\alpha = z - \mathrm{arctg}\ (A / B)$$

$$\delta = \mathrm{arcSen}\ C$$

Hay que tener cuidado en que el valor de la arcotangente debe proporcionar el ángulo en el cuadrante correcto.

Ejemplo

Para ilustrar el algoritmo con un ejemplo su aplicación vamos a determinar la posición que ocupaba Sirio para los observadores Egipcios en año 1000 a.c.

$\alpha = 6^h\ 45^m\ 8.9^s$ $\quad\quad$ $\mu\alpha = -0.0379\ ^s/\text{año}$

δ = -16º 42′ 58.1″ $\mu\delta$ = -1.2060 "/año

Epoca de observación 1000 a.c.: DJ= 1356203

T= -2.99888296
α_0 = 101º.760657
δ_0 = -15º.7139881

ζ = -69369″.066
z = -68680″.1899
θ = -59361″.8563

A = 0.95437154
B = 0.04374306
C = -0.29540057

$\alpha = 4^h\ 33^m\ 11^s.49$
δ = -17º 10′ 53″.61

Esta posición coincide con la prevista en el trabajo de Hawkins y Gerard (1966), p.26

Si comparamos los resultados utilizando este método con el de Meeus (1999) para épocas cercanas, el resultado es idéntico. Para épocas remotas, es más preciso el aquí descrito.

Referencias

Hawkins, Gerard S. 1966 "SAO Special Report nº226" Smithsonian Astrophysical Observatory 1966
Meeus, J. 1999 "Astronomical Algorithms" segunda edición, p.127
Simon, J.L. y otros 1994 "Numerical Expressions for precession formulae and mean elements for the moon and the planets" Astron & Astrophys. Vol.282 p. 663 (1994)